

## Hacia curvas de fragilidad correlacionadas

M. Monsalve (1), J.P. Muñoz (2), M. Arré (3), F. Bertin (4), J.C. de la Llera (5)

(1) PhD, Pontificia Universidad Católica de Chile & CIGIDEN, mauricio.monsalve@cigiden.cl

(2) MSc, Pontificia Universidad Católica de Chile & CIGIDEN, jp.munoz@cigiden.cl

(3) MSc(c), Pontificia Universidad Católica de Chile & CIGIDEN, macarena.arre@cigiden.cl

(4) Eng, Pontificia Universidad Católica de Chile & CIGIDEN, francisco.bertin@cigiden.cl

(5) PhD, Pontificia Universidad Católica de Chile & CIGIDEN, jcllera@ing.puc.cl

### Resumen

Las funciones de fragilidad indican la probabilidad de que un elemento supere un determinado estado de daño dado que el elemento ha sido sometido a una carga que puede comprometer su integridad o funcionalidad. Por tanto, las funciones de fragilidad son abstracciones convenientes para estimar el daño causado por un terremoto. Si el elemento es un activo estructural, como un edificio o un puente, la carga relevante proviene de la respuesta del sitio a un terremoto, pero si el elemento está alojado dentro de un edificio, la carga relevante proviene de la respuesta sísmica del edificio.

En la Evaluación de Riesgo Sísmico Probabilístico, las funciones de fragilidad se utilizan para estimar los daños o pérdidas en los activos físicos que se analizan. Esto se hace evaluando, para cada activo, si alcanzará un determinado estado de daño utilizando sus funciones de fragilidad. En otras palabras, el estado de daño de cada activo se evalúa independientemente del resto de activos del inventario. La única asociación entre el estado de daño de un activo y el siguiente es la correlación entre sus cargas sísmicas. Más allá de eso, sus estados de daño se muestrean de forma independiente.

Este trabajo revisa desarrollos existentes acerca de funciones de fragilidad conjuntas o correlacionadas para inducir daño correlacionado entre elementos próximos o adyacentes. También introduce una prueba estadística para evaluar si el daño correlacionado observado se explica por la correlación de sus cargas sísmicas (que serán similares para elementos próximos) o por una asociación estadística adicional entre sus estados de daño. Se analizan además propuestas de modelos estadísticos para correlacionar funciones de fragilidad.

*Palabras-Clave: curvas de fragilidad, daños correlacionados, dependencia sísmica, tests de hipótesis*

### Abstract

Fragility functions indicate the probability an element exceeds a certain damage state given that the element has been subjected to a load that may compromise its integrity or functionality. Thus, fragility functions are convenient abstractions for estimating the damage caused by an earthquake. If the element is a structural asset, such as a building or a bridge, the relevant load comes from the site response to an earthquake, but if the element is hosted within a structural asset, the relevant load comes from the building's seismic response.

In Seismic Probabilistic Risk Assessment, fragility functions are used to estimate the damage or losses in the physical assets being analyzed. This is done by evaluating, for each asset, whether it will reach a certain damage state using its fragility functions. In other words, the damage state of each asset is assessed independently from the other assets in the

inventory. The only association between the damage state of one asset and the next is the correlation between their seismically-induced loads. Beyond that, their damage states are sampled independently.

This work reviews previous works on joint or correlated fragility functions for inducing correlated damage among proximate or adjacent elements. A statistical test is introduced for assessing whether the observed correlated damage is explained by the correlation of their seismic loads (which shall be similar for proximate elements) or by an additional statistical association between their damage states. Proposals for statistical models for correlating fragility functions are also discussed herein.

*Keywords: fragility curves, correlated damage, seismic dependence, hypothesis tests*

## 1 Introducción

Las curvas de fragilidad describen la probabilidad de que un activo físico, como lo es una casa, un puente, un muro, etc., asuma un estado de daño según un nivel de sometimiento o demanda que pone en peligro su integridad física o su funcionalidad [1]. Para el caso sísmico, esta demanda o carga sísmica se refiere al movimiento del suelo o de la estructura en el que los activos (componentes) están alojados, describiéndose el movimiento del suelo como medidas de intensidad (IMs, por *intensity measures*) y la respuesta estructural como parámetros de demanda de ingeniería (EDPs, por *engineering demand parameters*). En efecto, como indica el catálogo de curvas de fragilidad de SYNER-G [2], muchas curvas de fragilidad para construcciones están en función de la IM aceleración máxima del suelo (PGA, por *peak ground acceleration*), mientras que muchos componentes estructurales y no estructurales tienen curvas de fragilidad en función de la EDP aceleración máxima del piso (PFA, por *peak floor acceleration*). Para amenazas no sísmicas, las curvas de fragilidad pueden estar en función de otras variables, como la velocidad máxima del viento [3], la temperatura máxima de un incendio [4], etcétera. La metodología ha sido incluso extendida para la habitabilidad de edificaciones bajo olas de calor en el contexto de cambio climático [5].

Las curvas de fragilidad son de vital importancia para la evaluación del riesgo sísmico probabilístico. Éstas son usadas dentro de esquemas de simulación de Monte Carlo, en donde son evaluadas repetidamente ante distintas IMs o EDPs, para determinar, por cada activo físico, la distribución de probabilidad de los distintos estados de daño que pueden asumir, de acuerdo al cual se asigna el estado de daño de cada activo en cada turno de la simulación. Este esquema es ampliamente usado y es parte de metodologías como PEER PBEE [6] y ATC/FEMA P-58 [7] para la evaluación del desempeño de sistemas expuestos a peligro sísmico. La importancia de las curvas de fragilidad es tal que existen recopilaciones de curvas de fragilidad en la literatura [2][8].

Como se indicó anteriormente, el procedimiento usual consiste en evaluar cada activo físico de forma independiente del resto. Esto puede significar una pérdida de realismo relevante; en particular, puede llevar a subestimar el riesgo, incluso de forma importante en algunos casos.

Es posible demostrar la afirmación anterior con un ejemplo muy sencillo. Sean dos variables aleatorias idénticamente distribuidas  $X$  e  $Y$  que, digamos, miden el costo de daño de dos activos físicos ante un evento. (La elección de que  $X$  e  $Y$  midan costo y no estados de daño es para facilitar el tratamiento de las variables.) En consecuencia, el daño total en una realización es la suma de los daños, o sea,  $X+Y$ . En general, sabemos que la varianza del daño total es

$$\sigma^2(X+Y) = \sigma^2(X) + \sigma^2(Y) + 2\rho\sigma(X)\sigma(Y), \quad (1)$$

donde  $\sigma^2$  denota la varianza y  $\rho$  denota la correlación entre X e Y (se tiene que  $-1 \leq \rho \leq 1$ ). Tomando en consideración que las variables se distribuyen de forma idéntica, la ecuación anterior se simplifica a

$$\sigma^2(X+Y) = 2\sigma^2(X) + 2\rho\sigma^2(X). \quad (2)$$

Entonces, si X e Y son independientes, la varianza del daño total es  $2\sigma^2(X)$ . Pero si están totalmente correlacionadas, o sea,  $\rho=1$ , entonces la varianza del daño total es  $4\sigma^2(X)$ . Como la varianza describe la desviación desde la media, al cuadrado, lo anterior significa que la correlación entre las variables amplifica la frecuencia de aparición de los casos más extremos de costo total X+Y.

Si bien el ejemplo anterior se refería a costo, que es una variable numérica, la conclusión se puede extrapolar fácilmente a otras formas de cuantificar daños.

Ahora, una pregunta esencial es si tiene sentido considerar correlaciones o dependencias entre las curvas de fragilidad y no dejar todo en dependencias de en las IMs o EDPs (por, digamos, correlación espacial). Primero, hay que mencionar que tiene sentido que existan correlaciones o dependencias en la respuesta de activos físicos próximos o conexos ante cargas sísmicas idénticas o similares. Por ejemplo, cuando los componentes o edificios están en contacto entre sí, las fuerzas se propagan entre ellos. También es posible que los elementos compartan parte de su estructura. Por ejemplo, las casas pareadas comparten muros. En estos casos es evidente que existen dependencias en la probabilidad de daño de esos activos físicos.

Otra razón que fundamenta la presencia de correlaciones o dependencias en las curvas de fragilidad de activos físicos cercanos es la pérdida de información que ocurre en el acto de modelar. En general, cada activo físico es descrito como un objeto de un tipo y se asigna una curva de fragilidad a ese objeto según su tipo. Por ejemplo, una casa podría clasificarse como una casa de mampostería de dos pisos y usarse una curva de fragilidad para ese tipo de casas. Pero no todas las casas de este tipo son iguales. Sin embargo, es usual que las casas que están en una misma cuadra hayan sido construidas siguiendo los mismos principios arquitectónicos y las mismas técnicas constructivas. Este último detalle podría ser incluido en las curvas de fragilidad como una correlación espacial o similar.

Pero, además de pérdida de información por el uso de tipologías, también se pierde información en la demanda sísmica. Las IMs y EDPs son simplificaciones del movimiento sísmico; muy posiblemente, la carga sísmica en activos físicos cercanos sea similar más allá de la similitud que tengan en IMs o EDPs. Activos físicos distantes, aunque estén sometidos a IMs o EDPs idénticas, pueden más fácilmente estar expuestos a movimiento distinto. Lo anterior también puede esperarse de la caracterización de la respuesta de sitio, en donde se utilizan estadísticos simples ( $v_{s30}$  o el par  $T_0, A_0$ ) para representar el comportamiento sísmico del subsuelo. Esta pérdida de información podría resultar en estado de daño correlacionados que no son explicados por la correlación de la carga sísmica en los modelos.

El objetivo de este trabajo es evaluar el estado del arte respecto de la incorporación de correlaciones u otras formas de dependencia o asociación estadística entre curvas de fragilidad de activos físicos, cuando estas dependencias no son explicadas por dependencias en la demanda sísmica, o sea, por dependencias en IMs o EDPs de los activos físicos en cuestión. En lo que sigue, se revisarán algunos trabajos especialmente salientes en la literatura y se presentarán pruebas y desarrollos estadísticos

en dirección a determinar si *conviene* considerar la correlación o dependencia entre funciones de fragilidad.

## 2 Reporte NUREG/CR-7237

En 2017 se publicó el reporte NUREG/CR-7237 de la USNRC que estudia el problema de los activos físicos cuyos estados de daño están correlacionados [9]. El trabajo está orientado a la seguridad sísmica de plantas nucleares y se refiere a componentes, o sea, de activos físicos alojados en plantas nucleares.

Si bien el término *correlación* está en su título, es reporte critica que se hable de *correlación* y no de *dependencia*, pues el último término es más general y describe que la *dependencia de fallas* es la *no independencia* probabilística de éstas (sección 1.4). El informe luego llama *dependencia sísmica* de fallas a este fenómeno (sección 1.8).

La guía NUREG/CR-7237 [9] indica que la dependencia sísmica tiene dos atributos primarios: la similitud en la capacidad sísmica y la similitud en la carga sísmica. El foco de este trabajo está en la capacidad sísmica, que es una característica de los activos físicos. El tema de la carga sísmica, en cambio, es activamente abordado en la literatura.

Como un ejercicio para evaluar el impacto de considerar la correlación o dependencia entre componentes, se consideró un ejemplo sintético de tres componentes siendo sometidos a escenarios selectos (ver detalles en esa publicación). El resultado del ejercicio ha sido sintetizado en la Tabla 8-1 de [9], reproducida aquí a modo de ilustración en la Tabla 1. Aquí el método de *cutsets* se refiere a separar y agrupar componentes que exhiben dependencia probabilística. Esto es similar a la recomendación de la guía técnica FEMA P-58 [7], que considera la posibilidad de combinar componentes para usar una curva de fragilidad para todos ellos, de manera de modelar componentes cuyos estados de daño están correlacionados.

Tabla 1 – Frecuencia anual media de daños en tres componentes (Tabla 8-1 de [9]).

Configuración	Independencia	Método de cutsets	Dependencia total
Componentes idénticos lado a lado	1.02E-06	1.15E-06	4.16E-06
Componentes idénticos en pisos distintos	6.14E-07	6.65E-07	2.20E-06
Componentes diferentes lado a lado	3.56E-07	5.32E-07	7.22E-07
Componentes diferentes en distintos pisos	2.42E-07	2.27E-07	5.41E-07
Unión de componentes	7.79E-06	6.49E-06	4.34E-06

Las configuraciones de la Tabla 1 son interesantes, en cuanto se refieren a dependencias que no son simplemente correlaciones espaciales. Se considera que los componentes pueden ser adyacentes o incluso estar unidos o conectados.

El método de *cutsets* propuesto en el reporte [9] consiste en considerar eventos de fallo simultáneo de componentes. Su aplicación, aunque más bien en casos pequeños, se puede evidenciar en trabajos de Talaat et al [10][11].

### 3 El método de Baker (2008)

En un trabajo de 2008, Baker introdujo una propuesta metodológica para incorporar la correlación espacial entre curvas de fragilidad lognormales [12]. Estas curvas de fragilidad se infieren a partir del siguiente modelo de materialización de un estado de daño. (La notación es local.) Sea  $L$  la carga sísmica a la que está sometido el activo físico ( $L$  puede ser una IM o una EDP), sea  $DS$  el estado de daño que sufre el activo debido a la carga sísmica  $L$ , sean  $ds_i$  los estados de daño que puede asumir el activo y sea  $C_i$  la capacidad o umbral de tolerancia que tiene el activo físico de tolerar la carga sísmica  $L$  sin alcanzar un estado de daño  $ds_i$ . Entonces, en términos probabilísticos, el activo asumirá un estado de daño  $ds_i$  o peor ante una carga  $L$  con probabilidad

$$\Pr( DS \geq ds_i \mid L ) = \Pr( L \geq C_i ). \quad (3)$$

La probabilidad anterior  $\Pr( DS \geq ds_i \mid L )$  denota una curva de fragilidad, mientras que  $\Pr( L \geq C_i )$  el modelo de sobrepasar un umbral.

Ahora bien, es posible considerar que  $L$  es un valor fijo y que  $C_i$  es una variable aleatoria que sigue una distribución lognormal, por lo tanto,

$$C_i = c_i \cdot \exp( \beta \cdot Z ), \quad (4)$$

donde  $c_i$  y  $\beta$  son constantes ( $c_i$  es la mediana de  $C_i$  y  $\beta$  es la *log-desviación estándar* de  $C_i$ ) y  $Z$  es una variable aleatoria que sigue una distribución normal estándar (media nula y varianza unitaria).

A partir de lo anterior, la curva de fragilidad descrita en la Ec. 3 se puede escribir como

$$\Pr( L \geq C_i ) = \Phi( \beta^{-1} \cdot \ln( C_i / L ) ), \quad (5)$$

$$= \Phi( \ln(c_i) - \ln(L) ), \quad (6)$$

donde  $\Phi$  es la función de densidad acumulada (CDF) de una variable aleatoria normal estándar.

La propuesta de Baker [12] es introducir dependencias en las curvas de fragilidad de distintos activos por medio de introducir una estructura de correlación entre sus capacidades. En este contexto, la evaluación de los estados de daño de los activos tendría que realizarse de manera conjunta. Esto se puede realizar de muchas maneras, entre ellas muestreando primero las capacidades de una distribución lognormal multivariada y luego aplicando  $L^a \geq C_i^a$  para activo físico  $a$ .

El esquema anterior ha sido también presentado por Jung en [13], demostrando una metodología de muestreo de las capacidades de los activos físicos y luego combinando con el método de cutsets para aglomerar curvas de fragilidad.

#### 4 Significancia estadística y práctica

Los trabajos mencionados anteriormente exploran el problema de las curvas de fragilidad correlacionadas o dependientes, pero no indagan en la detección rigurosa de las dependencias que pueden existir entre las curvas de fragilidad [9][10][11][12][13].

Aquí presentamos desarrollos formales para evaluar si conviene considerar si hay correlación o dependencia entre las curvas de fragilidad de objetos. Estos desarrollos tienen distinto grado de avance y consisten en probar la dependencia en la coocurrencia de daños no explicada por la carga sísmica en los siguientes casos:

1. Relación entre dos activos, muchos eventos;
2. Relación entre muchos activos, un evento; y
3. Relación entre muchos activos, muchos eventos.

Las siguientes secciones abordan estos casos.

#### 5 Relación entre dos activos, muchos eventos

En este primer caso, consideremos dos activos físicos cualquiera, por ejemplo, dos casas en una ciudad. La pregunta es si existe una dependencia en sus estados de daño que sea explicable mediante la dependencia de sus cargas sísmicas (IMs o EDPs).

El problema de esta pregunta consiste con comparar situaciones de eventos distintos. Para evitar este problema, se puede comenzar por aplicar este test sólo en un rango limitado de valores para las IMs o EDPs, de tal forma que las curvas de fragilidad no varíen demasiado en este contexto. Esto, para poder exigir *equiprobabilidad* de estados de daño en los distintos escenarios seleccionados. Por cierto, habría que excluir aquellos eventos en que la no haya o casi no haya una carga sísmica asociada.

Aplicando el "filtro" anterior, debe quedar un subconjunto de eventos (no deben ser todos, porque no todos pueden cumplir con que la carga sísmica esté dentro de un rango). En éstos, los pares de activos, digamos, los Activos 1 y 2, habrán sufrido daño en algunos de estos eventos. Definamos  $n$  como el número de eventos considerados para los Activos 1 y 2. Luego, sea  $n_1$  el número de veces que el Activo 1 sufrió daño,  $n_2$  el número de veces que el Activo 2 sufrió daño y  $n_{12}$  el número de veces que ambos activos sufrieron daño. La pregunta es si esta configuración de  $n$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_{12}$  es coincidencia.

Para resolver la pregunta anterior, se puede proponer lo siguiente: los *pares* de estados de daño se ordenan por el daño sufrido por el primer activo físico, en una lista como se ve en la Fig. 1. Entonces, los estados de daño del segundo activo físico quedan dispersos en esta lista. Siguiendo el ejemplo de la Fig. 1,  $n = 22$ ,  $n_1 = 9$ ,  $n_2 = 8$  y  $n_{12} = 5$ .

Eventos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
Activo 1	■	■	■	■	■	■	■	■	■														
Activo 2		■			■		■	■	■				■					■			■		

Fig. 1 – Lista con estados de daño para los pares activo 1 y activo 2.

La pregunta es, suponiendo equiprobabilidad, cuál improbable es la configuración de la lista de la Fig. 1. Este es el *valor p* [14] de la configuración ante la hipótesis nula de que los estados de daño de los Activos 1 y 2 son independientes y equiprobables en los eventos seleccionados.

Sin pérdida de generalidad, se puede exigir  $n_1 \geq n_2$ . Entonces, se puede calcular cuántas configuraciones tienen  $N_{12} \geq n_{12}$  daños en el Activo 2 que coocurren con daños en el Activo 1 (que se mantiene fijo).

El número de configuraciones en que  $N_{12} = m$  es

$$\frac{n_1!}{m!(n_1-m)!} \cdot \frac{(n-n_1)!}{(n_2-m)!(m-n_1-n_2+m)!}, \quad (7)$$

por lo que el total de configuraciones con  $N_{12} \geq n_{12}$  es

$$k^+ = \sum \frac{n_1!}{m!(n_1-m)!} \cdot \frac{(n-n_1)!}{(n_2-m)!(m-n_1-n_2+m)!}, \quad (8)$$

mientras que la cantidad total de configuraciones es

$$q = \frac{n!}{n_2!(n-n_2)!}. \quad (9)$$

Lo anterior implica que el valor  $p^+$ , por el lado *derecho*, o sea, para ver las probabilidad de que haya tanto o más daño simultáneo en los activos, es

$$p^+ = \frac{k^+}{q}. \quad (10)$$

De forma similar, se puede determinar la probabilidad de que haya *menos* daño coincidente entre los activos. Pero esto es simplemente

$$p^- = 1 - p^+. \quad (11)$$

Con ambas probabilidades, el valor  $p$  de la prueba es

$$p = 2 \cdot \min(p^+, p^-) = 2 \cdot \min(p^+, 1 - p^+). \quad (12)$$

Interpretación: si el valor  $p$  es muy pequeño (digamos, 0.1 o menos), entonces se puede comenzar a descartar la idea de que los estados de daños de los activos son independientes.

Aquí, sin embargo, aparecen problemas. El primero es que el test estadístico sólo concierne a un intervalo de los IMs o EDPs. Para considerar otros rangos, se puede acoplar este método con uno de comparaciones múltiples. Una solución rápida es exigir un nivel de *significancia*, o sea, que  $p < \alpha$ , donde  $\alpha$  es el nivel de significancia estadística exigida, y tolerar que falle una proporción  $\alpha$  de tests (suponiendo que realizamos varios tests de hipótesis, uno por intervalo de IMs o EDPs).

Pero además aparece otro problema: al filtrar los eventos para pares de activos, es posible que la cantidad de observaciones consideradas ( $n$ ) sea muy pequeña. La Tabla 2 demuestra el efecto del tamaño de la muestra al momento de determinar la significancia. Cada caso tiene la misma proporción de  $n$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_{12}$ , sólo que su tamaño aumenta en cada fila. Se puede evidenciar que las muestras pequeñas conllevan a valores  $p$  más altos, o sea, peores.

Tabla 2 – Valores  $p$  de distintas configuraciones de  $n$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_{12}$ . Para cada configuración, se indican los valores  $p^+$  (lado derecho),  $p^-$  (lado izquierdo) y  $p$  (dos lados).

Caso	n	n1	n2	n12	p+	p-	p
1	20	10	8	6	0.085	0.915	0.170
	40	20	16	12	0.011	0.989	0.022
	80	40	32	24	$p < 0.01$	1.000	$p < 0.01$
	160	80	64	48	$p < 0.01$	1.000	$p < 0.01$
	320	160	128	96	$p < 0.01$	1.000	$p < 0.01$
2	20	10	8	3	0.915	0.085	0.170
	40	20	16	6	0.947	0.053	0.105
	80	40	32	12	0.980	0.020	0.039
	160	80	64	24	0.997	$p < 0.01$	$p < 0.01$
	320	160	128	48	1.000	$p < 0.01$	$p < 0.01$
3	20	7	5	3	0.207	0.793	0.415
	40	14	10	6	0.065	0.935	0.129
	80	28	20	12	$p < 0.01$	0.992	0.016
	160	56	40	24	$p < 0.01$	1.000	$p < 0.01$
	320	112	80	48	$p < 0.01$	1.000	$p < 0.01$
4	20	7	5	1	0.918	0.082	0.165
	40	14	10	2	0.942	0.058	0.116
	80	28	20	4	0.974	0.026	0.051
	160	56	40	8	0.995	$p < 0.01$	0.010
	320	112	80	16	1.000	$p < 0.01$	$p < 0.01$

## 6 Relación entre muchos activos, uno o varios eventos

### 6.1 Muchos activos, un evento

Considérese este contexto: ha ocurrido un evento y se quiere determinar si los daños se han distribuido sin mediar mayor dependencia que aquella explicada por la carga sísmica sobre los activos físicos considerados.

Más específicamente:

1. Se seleccionan sólo los activos que están clasificados en el mismo tipo y estuvieron sometidos a cargas sísmicas similares (sus IMs o EDPs están dentro de un intervalo);
2. Se identifican pares de activos que cumplen con una relación simétrica (ej. son adyacentes, están dentro de un radio, etc.), pero se consideran todos;
3. Se desea determinar si los activos relacionados fallan de forma conjunta con más frecuencia que el resto de los activos.

Este es un problema diferente al visto en la sección anterior, que presentó un test exacto y no paramétrico (no necesita la especificación de modelos o distribuciones específicas). Este problema, en cambio, exige que los tipos sean iguales. Pese a eso, este problema es más complejo desde un punto de vista combinatorial.

Para ilustrar la dificultad de este problema, refiérase a la Fig. 2. La pregunta a resolver consiste en identificar qué configuraciones de daños (nodos sombreados) son coincidencia o responden a una dependencia entre activos que están vinculados por una relación como las indicadas anteriormente (adyacencia, proximidad, etc.).

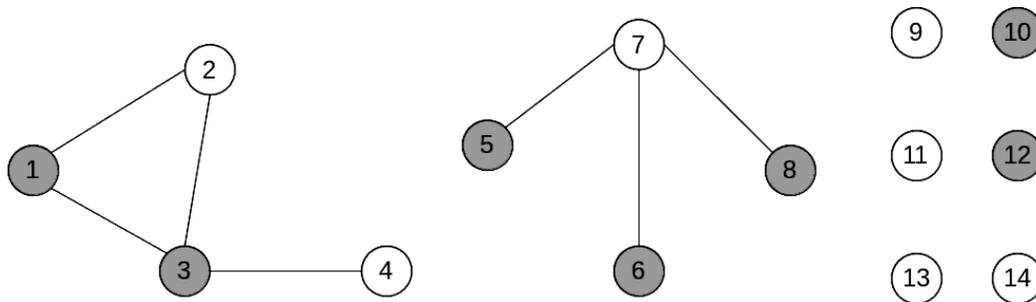


Fig. 2 – Red con estados de daño para un conjunto de activos, cada uno representado por nodos (círculos). Los enlaces representan relaciones entre los nodos. Los nodos sombreados han sufrido daño en el evento.

Sea  $n$  el número de activos o nodos considerados en el problema (mismo tipo, similar IM o EDP), sea  $n_d$  el número de esos activos que sufrieron daño, sea  $n_p$  el número de pares de activos relacionados (enlaces) y sea  $n_{pd}$  el número de pares donde ambos activos sufrieron daño.

Para determinar de forma no paramétrica si una configuración de  $n$ ,  $n_d$ ,  $n_p$  y  $n_{pd}$  es coincidental *dada* la estructura de relaciones entre los activos, habría que contar todas las configuraciones de  $n_d$  nodos marcados de  $n$  donde  $N_{pd} \geq n_{pd}$  (ambos activos de un par están dañados). Un grafo (Fig. 2) es una

estructura discreta que puede asumir formas bastante arbitrarias como para obtener una fórmula cerrada de tal proceso.

Una alternativa puede ser enfocar el problema de otra forma y perder la exactitud en el proceso. Viendo el grafo de relaciones (ej. Fig. 2), se puede identificar, para cada activo, qué porcentaje de activos de su *vecindario* (los nodos enlazados a éste) ha sido dañado, qué porcentaje no ha sido dañado y si el mismo activo está dañado. Sea  $A$  un activo cualquiera, sea  $N_d(A)$  el número de vecinos de  $A$  que están dañados y sea  $N_n(A)$  el número de vecinos de  $A$  que no están dañados. Entonces se podría ajustar un modelo

$$m(N_d(A), N_n(A)) = \Pr(\text{Activo } A \text{ dañado} \mid N_d(A), N_n(A)) \quad (13)$$

y evaluar si ese modelo es mejor que predecir que  $\Pr(\text{Activo } A \text{ dañado}) = \pi = n_d / n$  mediante el *criterio de información bayesiana* (BIC, por *Bayesian information criterion*) [15], o sea,

$$\text{BIC}(m) < \text{BIC}(\pi). \quad (14)$$

El criterio de información bayesiana mide la complejidad de los modelos y sirve para seleccionar el modelo que mejor se ajusta a los datos, dada su complejidad. Un modelo muy complejo de seguro puede ajustarse muy bien, pero su capacidad predictiva sufre porque no distinguió el ruido de la señal.

La aplicación de BIC se aleja de la posibilidad de un prueba no paramétrica, pero en este caso permitiría determinar si ha sido posible modelar la dependencia entre los estados de daño de los activos en función de sus relaciones.

### 6.2 Muchos activos, muchos eventos

Se puede extender la situación anterior para evaluar si existe dependencia entre pares de activos relacionados mediante un criterio simétrico (proximidad radial, adyacencia, etc) entre activos del mismo tipo y que han sido sometido a cargas sísmicas similares, pero esta vez, desde muchos eventos.

En este nuevo contexto, se vuelve a tener una estructura gráfica (ej. Fig. 2), pero ahora los activos no están marcados como dañados o no, sino que están asociados a frecuencias de daños (en cuántas ocasiones se dañaron) y los enlaces ahora están asociados a la frecuencia en que ambos activos del par estuvieron dañados en los mismos eventos.

Esta situación, a diferencia de las anteriores, habla de un tamaño muestral más importante. Se podría estar tentados a estimar el valor  $p$  de forma directa, al estimar la probabilidad de que la frecuencia en cada enlace sea generada por mera coincidencia a partir de las frecuencias de los activos involucrados en el par, y luego multiplicar todas estas probabilidades. Sin embargo, internamente, se estarían contando configuraciones inconsistentes.

Por el momento, la solución recomendada para esta situación está en realizar la selección de modelos usando el criterio BIC tal como se describió en la Ecs. 14 con el modelo calibrado en la Ec. 13, excepto que las verosimilitudes deben ajustarse de forma acorde para la situación en que hay muchas observaciones.

## 7 Conclusión

Este artículo ha examinado el problema de considerar correlaciones o dependencias en las curvas de fragilidad. Se comenzó ilustrando la importancia y las razones para las cuales considerar que existe dependencia entre curvas de fragilidad. Luego se estudiaron distintos desarrollos recientes orientados a considerar correlaciones o dependencias en las curvas de fragilidad. Estos desarrollos son escasos, pero existentes y actuales. Finalmente, se presentó un test de hipótesis para determinar si los estados de daño de dos activos físicos exhiben dependencia y se estudió el problema de generalizar este problema a muchos activos físicos y muchos eventos de forma simultánea. Estas indagaciones responden al problema si es estadísticamente relevante considerar si hay correlación o dependencia en los estados de daño entre activos que están relacionados por adyacencia, proximidad, etcétera.

Como trabajo futuro queda expandir el trabajo realizado para incluir más tests y profundizar en la detección y cuantificación de las dependencias entre estados de daño de activos físicos, para su inclusión en curvas de fragilidad.

## 8 Agradecimientos

Este trabajo ha sido elaborado gracias al financiamiento de los proyectos FONDECYT 1220292 y FONDEF ID22I10050, así como del Proyecto 1522A0005 FONDAP 2022 Centro de Investigación para la Gestión Integrada del Riesgo de Desastres (CIGIDEN).

## Referencias

- [1] Zentner I, Gündel M, Bonfils N. Fragility analysis methods: Review of existing approaches and application. *Nuclear Engineering and Design* 2017; 323:245-58.
- [2] Ptilakis K, Crowley H, Kaynia A M. SYNER-G: typology definition and fragility functions for physical elements at seismic risk. *Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering* 2014; 27:1-28.
- [3] Ma L, Khazaali M, Bocchini P. Component-based fragility analysis of transmission towers subjected to hurricane wind load. *Engineering Structures* 2021; 242:112586.
- [4] Van Coile R, Hopkin D, Elhami-Khorasani N, Gernay T. Demonstrating adequate safety for a concrete column exposed to fire, using probabilistic methods. *Fire and Materials* 2021; 45(7):918-28.
- [5] Szagri D, Szalay Z. Theoretical fragility curves—A novel approach to assess heat vulnerability of residential buildings. *Sustainable Cities and Society* 2022; 83:103969.
- [6] Porter K A. An overview of PEER's performance-based earthquake engineering methodology. In: *Proceedings of ninth international conference on applications of statistics and probability in civil engineering*. 2003; Jul 6 (pp. 1-8).
- [7] Applied Technology Council (ATC), Federal Emergency Management Agency (FEMA). *FEMA-P-58-1: Seismic Performance Assessment of Buildings, Volume 1 – Methodology*. Washington, DC; 2012.

- [8] Kircher C A, Nassar A A, Kustu O and Holmes W T. Development of building damage functions for earthquake loss estimation. *Earthquake Spectra* 1997; 13: 663–682.
- [9] Budnitz R J. *NUREG/CR-7237: Correlation of seismic performance in similar SSCs (structures, systems, and components)*. United States Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research 2017.
- [10] Talaat MM, Kennedy RP. Partial Correlation and Dependence between Seismic Fragilities of Multiple Adjacent Structures with Significant Soil-Structure Interaction Effects. In: *25th Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, SMiRT-25*, 2019.
- [11] Talaat M, Anup A. A Tail-Oriented Multi-Normal Model for Partially Correlated Seismic-Induced Failure Probabilities. In: *26th Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, SMiRT-26*, 2012.
- [12] Baker J W. Introducing correlation among fragility functions for multiple components. In: *14th World Conference on Earthquake Engineering 2008* (Vol. 8).
- [13] Sekwon J. Partially Correlated Fragilities Using Damage Capacity Approach in Seismic PRA. In: *25th Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, SMiRT-25*, 2019.
- [14] Thiese M S, Ronna B, Ott U. P value interpretations and considerations. *Journal of Thoracic Disease* 2016; 8(9):E928.
- [15] Neath A A, Cavanaugh J E. The Bayesian information criterion: background, derivation, and applications. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics* 2012; 4(2):199-203.